Instituto de Educación Superior Nº 6029

-Tartagal-

Cuaderno de Actividades

Instancia de Ambientación, Nivelación y Evaluación

Profesorado de Educación Secundaria en Matemática

INGRESO 2023

INTRODUCCIÓN

Nunca consideres el estudio como una obligación,

Sino como una oportunidad para penetrar

en el maravilloso mundo del saber.

-Albert Einstein-

Es importante tener presente en esta instancia, el perfil que se aspira a formar en un/a Profesor/a de Educación Secundaria en Matemática.

"profesionales comprometidos/as con la disciplina y su enseñanza, mediadores interculturales, animadores de una comunidad educativa, promotores del respeto a la vida y a la ley en una sociedad democrática y que desde una comprensión real de la disciplina, logre contribuir a formar ciudadanos científicamente alfabetizados".

Para lograrlo se considera esencial en esta instancia brindar las herramientas necesarias para los primeros pasos en la formación específica, cuyo objetivo es el principal en el desarrollo de este material de estudio. Los temas de matemática presentan gran relación unos con otros; para lograr entender un tema nuevo, resulta necesario tener las bases de los conocimientos previos a éste. El éxito del aprendizaje depende fuertemente de los conocimientos, habilidades, procedimientos, modos de pensamientos que traen los estudiantes. Es lo que se conoce con el nombre de "nivel de partida", el cual es decisivo para el proceso de la enseñanza y resultados del aprendizaje.

El nivel de partida necesario para el logro de los objetivos de la carrera, requiere el dominio de los conceptos teóricos y aplicaciones prácticas de ciertos temas. Sobre los mismos se hizo una selección de ejercicios y problemas, de modo que se conviertan en base para conocimientos posteriores. Recomendamos que se realicen para abordar con éxito el ingreso a esta Institución.

Muy probablemente a lo largo de cursadas de estudios previos, se plantean diversos interrogantes algunos de estos pueden ser:

¿Por qué es importante la enseñanza de la matemática en el nivel secundario? ¿para qué sirve?

El aprender Matemática y el saber transferir estos conocimientos a los diferentes ámbitos de la vida de los estudiantes, además de aportar resultados positivos en el plano personal, genera cambios importantes en la sociedad. Siendo la educación el motor del desarrollo de un país, dentro de ésta, el aprendizaje de la Matemática es uno de los pilares más importantes ya que además de enfocarse en lo cognitivo, desarrolla destrezas importantes que se aplican día a día en todos los entornos, tales como el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas.

Algunas **razones por las cuales estos conocimientos son necesarios**:

1. Desarrolla el **pensamiento analítico**, permitiendo investigar a profundidad y de esta manera conocer la verdad.
2. Potencian la **capacidad de razonamiento**, para la búsqueda de soluciones de manera coherente y efectiva.
3. **Agilizan la mente** para enviar alerta al error, además de mejorar las decisiones frente a diferentes circunstancias de la vida.
4. A través del conocimiento numérico se puede adquirir y **mejorar el aprendizaje en otras disciplinas** que son necesarias para el desarrollo de una profesión.

Se recomienda al lector visionar los videos de los enlaces:

- https://www.youtube.com/watch?v=BbA5dpS4CcI&t=2061s
- https://iddocente.com/importancia-matematicas-educacion/

ÍNDICE

1.1. Conjunto de Números Naturales

El conjunto de los números naturales N surge por la necesidad del hombre de contar objetos y su notación es:

$N = \{1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n,\ \ldots\}$

Conjuntos

Un conjunto se puede expresar de las siguientes formas:

Por extensión: se enumeran todos los elementos.

Por compresión: se da una propiedad que caracteriza a sus elementos.

Ejemplo

Por extensión: A= {3, 4, 5, 6, 7}

Por compresión: A= {x∈N/2<x≤7}

Ejercicios

1. Define por extensión los siguientes conjuntos numéricos y represente en la recta numérica.

   $A = \{x/x \in N_0 \wedge x \leq 5\}$

   $B = \{x/x \in N_0 \wedge x \geq 2\}$

   $C = \{x/x \in N_0 \wedge x \geq 1 \wedge x < 9\}$

   $D = \{x/x \in N_0 \wedge 3 \leq x \leq 5\}$

   $E = \{x/x \in N_0 \wedge x \leq 4 \wedge x > 12\}$

2. Indique si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas. Justifique adecuadamente su respuesta.

   a) $12 - (3 + 1 + 2) = 12 + 3 - 1 - 2$

   b) $(5 + 3) - (4 - 10) = (10 + 5) - (4 - 3)$

   c) $(10 + 4) : 2 = 10 : 2 + 4 : 2$

   d) $10 : (2 + 5) = 10 : 2 + 10 : 5$

   e) $16 - (9 - 3) = (16 - 9) - 3$

   f) $3.4 = 4.3$

g) $11.0 = 0$

h) $11:0 = 0$

3. Complete el siguiente cuadro, tacha los casilleros en los que no se puede obtener como resultado un número natural.

a	b	c	$a-(b+c)$	$a-b+c$	$a+b-c$
1	2	3			
5	10	15			
8	6	4			
3	7	11			

4. Resuelve:

a) $\{[(4+1)-(5-3)]+9\}$

b) $(8-5).3$

c) $3.(4+1)+16:(8+4)$

d) $24:[15-3.2+(4-1)]$

e) $3.(4+1)+16:(8-4)$

f) $4.3-3:3+(3-2).200$

g) $18-0:(7+9).4-18:3$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando propiedades

a) $2(x-3)=8$

b) $3x:9:2 = 50:5$

c) $4+15:3-4.5-2y = 25$

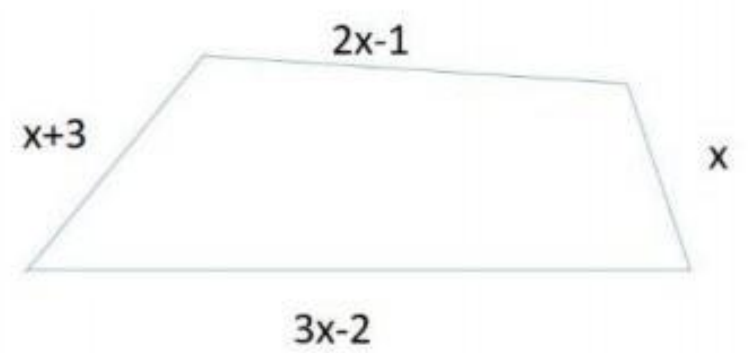
d) $15(x:20) = 3.5.3$

e) $4+(6y-8):2 = 24$

f) $(4-2)(x-5) = 4:(3-1).2$

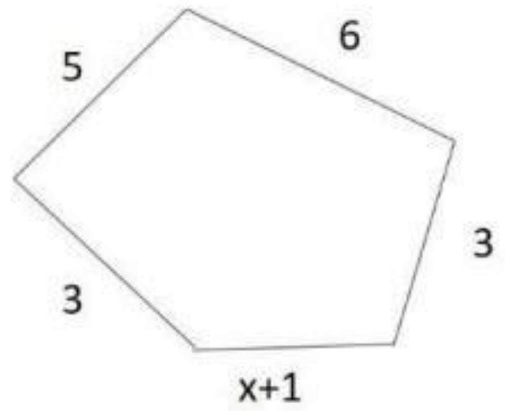
g) $(2x:4):3 = 60:5$

6. Calcule la longitud de cada lado, sabiendo que su perímetro es de 35 cm



Las medidas de los lados están en cm.

7. ¿Es posible hallar x número natural sabiendo que el perímetro de la siguiente figura es de 10 cm? ¿Y si el perímetro es de 22 cm?



Las medidas de los lados están en cm.

8. Resuelva los siguientes problemas:

   a) La suma de un número y su anterior es igual al número dado más 6 unidades. ¿De qué número se trata?
   b) Hallar dos números consecutivos, sabiendo que la diferencia entre el triple del mayor y el menor es 55.
   c) Si al triple de un número le restan 9 se obtiene el doble del mismo disminuido en 3 unidades. ¿Cuál es ese número?
   d) Una barra de acero de 74 cm de longitud, se corta en dos pedazos. Uno de ellos es de 12 cm más corto que el otro. Halle la longitud de cada pieza.

1.2. Conjunto de los Números Enteros

El conjunto de los números enteros se expresa:

$Z = \{..., \ -4, \ -3, \ -2, \ -1\} \cup \{0\} \cup N$

$N \subset Z$

Ejercicios

1) Define por extensión los siguientes conjuntos y represéntelos en la recta numérica:
   a) $A = \{x / x \in Z \wedge x \geq -2 \wedge x < 4\}$
   b) $B = \{x / x \in Z \wedge x > -3 \wedge x \leq 2\}$
   c) $C = \{x / x \in Z \wedge x \leq -5 \wedge x \geq 0\}$
   d) $D = \{x / x \in Z \wedge 5 < x\}$
2) Resuelve las siguientes operaciones:
   a) $(-5 + 3 - 8).(-4)$
   b) $24:(-3 + 4 + 1)$
   c) $(-3 + 5).(-1 - 1) + 4.[-5 + 4.(-2 + 7)]$
   d) $-a - [-5 + (7 - a)] - 18 + (-9 - 6)$
   e) $-4 - 3.(-7 + 6) - 2.[(-1).(-1).(-1) + 3]$
   f) $[-3 - 5.(-7 + 6)].(-1) - 7.(-5).(-1)$
   g) $12 - (-m) + [8 - (m - 7) - 7] - 7$
3) Resuelve las siguientes ecuaciones en Z.
   a) $-3(2x + 1) - 5:(-5) = -22 - x$
   b) $(x - 2) + (4 - 2x).2 = -3$
   c) $(8 - 4x):(-2) = -(-4).(-2)$
   d) $(2 - 2y) - (2y + 4).(-2) = 32$

e) $x: [3 - (-2)] = 3: (-1) + 5$

4) Resuelve los siguientes problemas:

   a) El triple del opuesto de un número entero es 168. ¿De qué número se trata?

   b) El doble de la suma de un número entero y cuatro es igual a ese número aumentado en 2 unidades. Encuentre dicho número.

   c) La diferencia entre 15 y el consecutivo de un número entero es 34. ¿De qué número se trata?

   d) La suma del producto de un número por su consecutivo más dicho número por el anterior es igual a 8. ¿Cuál es el número?

5) Califique las siguientes proposiciones con verdadero o falso. Justifique en cada caso su respuesta

   a) Entre dos números enteros siempre existe otro número entero.

   b) Entre dos números enteros a veces existe otro número entero.

   c) Dados $a, b, c \in Z \; con \; a < b, \; c < 0$ entonces $a.c > b.c$

6) ¿En cuáles casos puede concluir que $x = y$?

   a) $x + (-3) = (-3) + y$

   b) $x + 1 = y - (-1)$

   c) $(-2)x = y(-2)$

   d) $x.1 =- y(-1)$

   e) $x - 2 = 2 + y$

   f) $x - 3 = y + (-3)$

   g) $0.x = 0.y$

   h)

1.3. Conjunto de Números Racionales

Se designa con ℚ el conjunto:

$Q = \{ \frac{p}{q} : p, \; q \in Z \; , \; q \neq 0\}$

Que es el conjunto de los números racionales. Todo número entero es un número racional con $q = 1$.

Los números racionales se caracterizan porque pueden escribirse como una expresión decimal exacta o periódica.

La **expresión decimal** de una fracción es aquel número que se obtiene al dividir el numerador entre el denominador.

Ejemplo: $\frac{1}{2} \rightarrow 1 \div 2 = 0,5 \leftarrow expresión \; decimal$

Se clasifican en:

1. **Exactas**: son aquellas en las que el residuo de la división siempre es cero, por lo tanto los decimales son limitados, tienen un fin.

Ejemplo:

$\frac{27}{4} \rightarrow 27 \div 4 = 6,75$

2. **No exactas**: son aquellas en las que el residuo de la división nunca es cero, por lo tanto los decimales son ilimitados, no tienen un fin y se clasifican en:

a) **Periódicas**:

Puras: Son aquellas cuya parte decimal está formada por un grupo de cifras que se repite indefinidamente. Este grupo se llama periodo.

Ejemplo: $\frac{70}{3} \rightarrow 70 \div 3 = 23,333... = 23,3$

Mixtas: son aquellas cuya parte decimal está formada por un grupo de cifras que NO se repite y un grupo de cifras que SI se repite indefinidamente.

Ejemplo: $\frac{17}{6} \rightarrow 17 \div 6 = 2,8333.... = 2,83$

b) **No periódicas**:

Después de la coma decimal no presenta período, es decir, las cifras decimales no tienen un patrón de repetición.

Ejemplo:

$$\frac{18}{7} = \rightarrow 18 \div 7 = 2,5714285714...$$

¿Cuándo son equivalentes dos fracciones?

Se determina que dos **fracciones son equivalentes** al multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número.

Ejemplo:

$\frac{1}{2} = \frac{1.2}{2.2} = \frac{1.3}{2.3} =$ ... y decimos que ½ y 2/4 son equivalentes o también podemos decir que 1/2 y 3/6 son equivalentes.

1.3.1 Potencia

Si "a" es un número real y "n" un número natural, se define a^n la potencia enésima de "a" al producto de "n" factores iguales a "a". El número "a" es la base y el número "n" el exponente.

$$a^n = \underbrace{a.\,a.\,a....\,a}_{n \text{ veces}}$$

Además, para todo número real "a" distinto de cero, se define:

$a^0 = 1$ y $a^{-n} = (a^{-1})^n = \frac{1}{a^n}$ con "n" número natural.

Propiedades de la potencia

Sean $a\ y\ b\ números\ reales\ no\ nulos,\ n\ y\ m\ números\ enteros$:

1. Producto y cociente de potencias de igual base.

$$a^n.\,a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

2. Potencia de potencia:

$$\left(a^n\right)^m = a^{nm}$$

3. Propiedad distributiva de la potenciación respecto del producto y del cociente.

$$(a.b)^n = a^n . b^n \quad y \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Observa que: La potenciación no es distributiva respecto de la suma ni de la diferencia.

Ejemplos:

$(4 + 3)^2 \neq 4^2 + 3^2$ $\quad$ $(4 - 2)^2 \neq 4^2 - 2^2$

$7^2 \neq 16 + 9$ $\quad$ $2^2 \neq 16 - 4$

$49 \neq 25$ $\quad$ $4 \neq 12$

1. La potenciación no es asociativa.

Ejemplo: $2^{3^2} = 2^9 = 512$

$(2^3)^2 = 8^2 = 64$

Observa que para probar que una afirmación es falsa se ha dado un ejemplo en el cual la afirmación no se cumple.

Ejercicios

1) Escribe tres fracciones que sean equivalentes a las dadas:

a) $\frac{2}{5}$

b) 7

c) $\frac{m}{2p}$, $p \neq 0$

d) $\frac{-5}{7}$

e) -2

f) $\frac{-8}{3}$

g) $\frac{2}{a}$, $a \neq 0$

2) Indique en qué caso las siguientes afirmaciones son correctas. Justifique en cada caso su respuesta.

a) $\frac{6}{11} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{3a}{2} = \frac{5a}{3}$, $a \in Z$

c) $\frac{4}{8} = \frac{2}{1}$

d) $\frac{x^3}{x^5} = \frac{3}{3x^2}$, $x \in Z; x \neq 0$

3) Escriba cada uno de los siguientes números racionales en forma reducida

a) $\frac{-3}{15}$

b) $\frac{24}{100}$

c) $\frac{b^2}{b^2}$; $b \in Z; b \neq 0$

d) $\frac{5x}{10x}$, $x \in Z; x \neq 0$

e) $\frac{64}{-20}$

f) $\frac{-25}{225}$

4) Dados los siguientes números racionales encuentre su opuesto y su recíproco (si existe).

a) $\frac{-7}{3}$

b) $\frac{7}{3}$

c) 5

d) $\frac{-2}{3}$

e) $\frac{-1}{a}$; $a \in Z\ a \neq 0$

f) -1

g) $\frac{c}{d}$; $c, d \in Z, d \neq 0$

h) -4

i) $\frac{5}{3a}$; $a \in Z,\ a \neq 0$

j) 0

k) $\frac{3}{4^a}$ $a \in Z,\ a \neq 0$

5) Complete la siguiente tabla:

Números Racionales	
Representación en forma de fracción	Representación en forma decimal
$\frac{3}{25}$	0,12
$\frac{9}{40}$	
$\frac{11}{20}$	
$\frac{34}{99}$	$0,343434\ldots\ldots = 0,\widehat{34}$
	$1,\hat{6}$
	$-\ 0,3\widehat{69}$
	$1,00\widehat{63}$
	$-\ 3,0161616\ldots\ldots\ldots$
	6,15
	$-\ 3,125$
$\frac{4}{75}$	
$\frac{-7}{4}$	
	$-\ 1,6\widehat{17}$
	$2,\widehat{46}$

6) Ordene los siguientes números de mayor a menor

a) 1,057; 1,026; 0,907; 0,9904; 1,006

b) 0,0025; 0,0102; 0,00091; -0,107; 0,02701

c) $0,0\hat{6}$; 0,065; $\frac{3}{80}$; $0,\hat{06}$; $\frac{7}{120}$

d) $\frac{3}{5}$; $0,5\hat{3}5$; 0,53; $\frac{3}{7}$; $0,5\hat{3}$

7) Realice las operaciones indicadas y exprese el resultado final en forma de fracción.

a) $1,35 - (-\ 0,04 : 0,04 + 0,36) + (0,5 . 0,36 - 1,75)$

b) $0,\hat{3} - 0,\hat{12} - 0,\hat{5}$

c) $\frac{0,8}{0,2^2} + (2 - 1,4) - 1,71$

d) $46,25 : 2,5 - 6,4 : (-\ 2,74)$

e) $\frac{1,95}{0,625-0,3} . 0,0825 - 0,5 . 0,5$

f) $\frac{0,\hat{6}-4.0,\hat{2}}{1,3333\ldots}$

g) $0,0\hat{18} .\ 1,\hat{6} . \frac{1}{0,1\hat{5}}$

h) $\left(0,\hat{4} - 1,\hat{2}\right).\left(0,\hat{4} + 1,\hat{2}\right)$

8) Escriba $>$; $=o$ $<$ según corresponda

a) $\frac{3}{4}$...... $\frac{4}{5}$

b) $\frac{8}{12}$...... $\frac{6}{9}$

c) $\frac{2}{10}$...... $\frac{9}{45}$

d) $\frac{7}{11}$...... $\frac{6}{10}$

e) $\frac{8}{9}$...... $\frac{9}{10}$

f) $\frac{-8}{13}$...... $\frac{-5}{8}$

9) Ordenar en forma creciente:

a) $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{9}{28}$

b) $\frac{-3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{-2}{15}$

c) $\frac{-3}{2}$, $\frac{-4}{13}$, $\frac{-2}{15}$

10) Determinar tres números racionales comprendidos entre:

a) $\frac{4}{5}\ y\ \frac{2}{7}$

b) $1\ y\ \frac{1}{2}$

c) $\frac{7}{12}\ y\ \frac{-1}{4}$

d) $\frac{2}{5}\ y\ \frac{3}{4}$

11) Encuentre el número racional x, si existe, para el cual:

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = x - \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} : \frac{2}{5}$

c) $\frac{3}{7} - \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} . (3x + 2)$

d) $\frac{-3}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2}x - \frac{4}{15}x$

e) $\frac{3}{4} - 2x = \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$

f) $\frac{2}{5} + x : 5 = \frac{1}{2}$

g) $\frac{9.(x-2)}{4} - \frac{7.(x-1)}{3} = 6x + 1$

12) Resuelva las operaciones indicadas:

a) $3.\left(\frac{-1}{5}\right) - \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 1\right].\left(\frac{-3}{4}\right) + 1$

b) $1 + \frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{2} : \frac{1}{4}}{\frac{3}{20}} - \frac{1}{2}.\frac{5}{3}$

c) $\left(1 - \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1} - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{\frac{1}{2} - 1}{-\frac{1}{3}}\right)$

d) $\left(-\frac{3}{5} - \frac{5}{-3}\right).\left(\frac{5}{-3} + \frac{-3}{5}\right) : \left(\frac{-5}{3} - \frac{3}{-5}\right)$

e) $\frac{\frac{3}{4} - 1}{2} + \frac{12}{5}.\left(-\frac{1}{6}\right) - \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{6}}{\frac{1}{3}}$

f) $\frac{\frac{5}{6} - 1}{\frac{-3}{2}} - \frac{25}{9} + \frac{1}{2}.\frac{21}{8} + \frac{\frac{-3}{2} + \frac{1}{3}.\frac{121}{8}}{\frac{5}{4}}$

g) $\left[\frac{7}{2} : \frac{1}{3}.\left(\frac{5}{3} + \frac{1}{7}\right)\right] + 11$

h) $\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\right].\frac{2}{55} : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)$

i) $\frac{\left(\frac{1}{2} + 2\right) : \frac{1}{4}}{\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{14}\right).\frac{7}{6}}$

j) $\frac{-\frac{3}{4} + \frac{1}{5} - \frac{5}{6} : \frac{1}{3}}{\frac{9}{5} + \frac{3}{2}.\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}$

13) Calcule las siguientes potencias

a) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

c) $\left(\frac{-1}{5}\right)^3$

d) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}$

e) $\left(\frac{7}{2}\right)^0$

f) $-\left(\frac{-1}{2}\right)^{-2}$

g) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$

h) $(-3)^4$

14) Calcule las siguientes raíces y potencias cuando sea posible:

a) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$

b) $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$

c) $\sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$

d) $\left(-\frac{1}{729}\right)^{\frac{2}{3}}$

e) $\sqrt{-\frac{25}{16}}$

f) $\left(\frac{81}{100}\right)^{-\frac{1}{2}}$

g) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

h) $\left(\frac{-1}{729}\right)^{\frac{1}{3}}$

15) Resuelve aplicando las propiedades de la potenciación y expresa el resultado con exponente no negativo

a) $\left(\frac{a^{-3}.c.d^5}{a^{-1}.c^{-4}.d^3}\right)^{-4}$

b) $\left(\frac{a}{b}\right)^5.\left(\frac{a}{b}\right)^2$

c) $\frac{\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} : \left(\frac{x}{y}\right)^3}{\left(\frac{x}{y}\right)^4}$

d) $\frac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2}\left(\frac{b}{c}\right)^2\frac{a}{c}}{\left(\frac{a}{c}\right)^3\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}}$

e) $\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^3.2ab}{\left(\frac{a}{b}\right)^{-4}}$

f) $\left(\frac{3^{-3}m^2w^{-3}}{9^{-1}m^{-3}w^2}\right)^2$

g) $\frac{\left(\frac{m}{n}\right)^4\left[\left(\frac{m}{n}\right)^3\right]^2}{\left(\frac{m}{n}\right)}$

h) $(x + y)^{-2}.\left(x^{-2} - y^{-2}\right)$

i) $\dfrac{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{-2}.\left(\frac{c}{d}\right)^{-3}.\left(\frac{1}{a}\right)^{0}}{\left(\frac{1}{a^2}\right)^{4}\left(\frac{c}{d}\right)^{-2}.\left(\frac{c}{d}\right)^{-1}}$

j) $\dfrac{\left(\frac{2x}{y}\right)^{3}\left(\frac{x}{2y}\right)^{2}}{x^4 y^{-4}}$

k) $\dfrac{a^{-2}-a^{-3}y^{-2}}{a^{-3}y^{-2}-y^{-2}}$

l) $\left(16.a^{-4}.y^{2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(125^{-1}.a.y^{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$

m) $\left(\dfrac{8.x^{3}.y^{-\frac{4}{3}}}{27.x^{-6}.y}\right)^{-\frac{2}{3}}$

n) $\dfrac{a^{-2}-b^{-1}}{a^{-2}+b^{-1}}.\dfrac{a^{2}+b}{b}+b^{0}:\left(a^{-2}.b\right)-a.(a+b)^{-1}$

16) Demuestre:

a) $\dfrac{x^{n+1}-x^{n}}{x^{n}}=x-1$

b) $\left(\dfrac{x^{2n-3}.y^{n-1}}{x^{2n-2}.y^{n-2}}\right)^{3}=\dfrac{y^{3}}{x^{3}}$

c) $\left(14.2^{3}-2^{3}.6+8.2^{3}\right)^{3}=2^{21}$

d) $\dfrac{\left(4^{n-1}\right)^{n}}{\left(4^{n+1}\right)^{n}}=\dfrac{1}{4^{2n}}$

e) $\dfrac{81^{\frac{3}{4}}.\left(3^{n}\right)^{4}}{9^{3}.27^{n-2}}=3^{3+n}$

17) Resuelve efectuando las operaciones indicadas:

a) $\sqrt{\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{5}\right):\frac{34}{15}.3}$

b) $\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}+3^{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}+\left(\frac{-1}{2}\right).\left(\frac{-1}{3}\right)$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}-0,\hat{3}\left(1-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{8}{1000}\right)^{\frac{1}{3}}$

d) $\left(\frac{-1}{32}\right)^{-\frac{2}{5}}+(-27)^{\frac{2}{3}}:\left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}+\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{3}{2}}$

e) $\left[4^{-\frac{1}{2}}+(-8)^{-\frac{1}{3}}\right]^{3}-\left(9^{\frac{2}{3}}.9\right)^{-\frac{3}{2}}+36^{\frac{1}{2}}:\left[3-(-27)^{\frac{2}{3}}\right]$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right):\sqrt{8:\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}+\frac{3}{4}:(-2)-\left[\left(\frac{1}{2}-1\right)^{-1}\right]^{-3}$

g) $\left(\sqrt{\frac{4}{9}}-\sqrt{\frac{16}{25}}+\sqrt{\frac{1}{225}}\right)^{2}$

h) $\sqrt{\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{2}}{\frac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}{\frac{1}{8}}}}$

i) $\dfrac{(-1)^{\frac{1}{3}}.(-2).(-8)}{\left(\frac{1}{2}-\frac{15}{32}\right)^{\frac{1}{3}}}$

j) $8^{-\frac{4}{3}}+4^{-\frac{3}{2}}9^{\frac{1}{2}}-\dfrac{16^{\frac{-1}{2}}}{2^{-1}}$

18) Complete la siguiente tabla:

Números	Fracciones	Notación científica

0,0147	$\frac{147}{10000}$	$1,47.10^{-2}$
333,003		
	$\frac{7}{10}$	
0,12		
0,000123		
		$7,5.10^{-4}$
		$9,43.10^{-3}$

19) Escriba, cuando sea posible, el resultado de las siguientes operaciones en fracciones decimales y en notación científica.

a) $(1,125)^{-3}$

b) $\left(2,3.10^{2}\right).(1,2.10^{3})$

c) $\left(1,46.10^{3}\right):(7,385.10^{6})$

d) $\left(8,63.10^{4}\right):(7,154.10^{-2})$

e) $\left(2,5.10^{-3}\right)^{-2}$

f) $(0,100)^{-1}$

g) $2,5.10^{-2}.1,6.10^{2}$

h) $(4,1.10^{2})^{3}$

i) $(9.10^{-2})^{4}$

j) 35 . 0,003 . 1,004

20) Analice cada fracción y determine:

a) ¿Cuáles se pueden transformar en decimales exactas?

b) ¿Cuáles se pueden transformar en expresiones periódicas puras?

c) ¿Cuáles se pueden transformar en expresiones periódicas mixtas?

$\frac{7}{120}$, $\frac{17}{90}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{9}{35}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{8}{33}$, $\frac{12}{125}$, $\frac{4}{21}$, $\frac{5}{39}$, $\frac{11}{25}$, $\frac{13}{80}$, $\frac{2}{33}$

21) Ubique en el cuadro dado las siguientes expresiones

a) $\frac{1}{7}$

b) 0,6

c) 2,85

d) $\frac{5}{9}$

e) $\frac{4}{3}$

f) $\frac{7}{10}$

g) 1,371

h) $\frac{3}{22}$

i) $\frac{11}{15}$

j) $\frac{19}{90}$

k) $\frac{3}{5}$

l) $\frac{3}{4}$

m) $\frac{47}{99}$

n) $\frac{81}{180}$

o) 0,52

p) $4,\hat{2}$

q) 5,033333…

r) 0,9

Expresiones Decimales

Exactas	Periódicas	
	Puras	Mixtas

22) Resuelva las siguientes operaciones y exprese el resultado en fracciones.

a) $\frac{1}{0,6+0,15} - \frac{1}{2-0,8}$

b) $\frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,2} - \frac{1}{0,2} - \frac{1}{0,5}$

c) $\frac{\sqrt{0,3.0,012}}{\sqrt{0,3:0,012}}$

d) $\sqrt{\left[\left(\frac{0,34}{2}\right)^{-1} - \frac{1,15}{0,34}\right]. 0,9}$

e) $\sqrt{\frac{0,07\hat{2}:1,1}{0,\hat{8}}}$

f) $\frac{(3,2-0,4):1,4}{0,5}. (0,075 - 0,1)$

g) $\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right).(2-0,7)-0,05}{-0,1-0,02}$

h) $\sqrt[3]{\frac{1-0,34}{1,1}. \frac{2,1-1,308}{2,2}}$

i) $\frac{\left(1,\hat{6}^{2}-0,\hat{7}\right)^{-1}}{\sqrt{0,0025}}: (0,2)^{-2}$

j) $\left[\frac{(0,5+0,\hat{3}).1,4\hat{6}}{2,\hat{4}}\right]^{-1}$

23) Indique si las siguientes igualdades son correctas o no. Justifique adecuadamente su respuesta:

a) $0,1230230230230... = 0,12\widehat{23}$

b) $0,5555.............. = 0,\widehat{55}$

c) $0,121212 \ldots\ldots\ldots = 0,12\hat{1}2$

24) Para resolver los siguientes problemas debes analizar las diferentes posibilidades y verificar cuál de ellas cumple con la condición enunciada.

a) El producto de tres de las siguientes fracciones es 2. ¿Cuáles son?

$\frac{4}{3}; \frac{5}{2}; \frac{5}{8}; \frac{12}{5}$

b) La suma de tres de las fracciones es 53/30. ¿Cuáles son?

$\frac{1}{6}; \frac{3}{5}; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}$

25)

a) Cada sobre de cierto medicamento contiene 2/15 de ácido acetilsalicílico (aspirina); 1/25 de ácido ascórbico y el resto de excipiente. ¿Cuántos mg. de cada componente hay en un sobre de 3 g?

b) Si sumamos 3 al numerador de una fracción y restamos 2 al denominador la fracción es igual a 2/5. ¿Cuál es la fracción?

c) En una clase 3/5 de los alumnos son varones. Si hay 8 varones más que mujeres. ¿Cuántos varones y mujeres hay en una clase?

1.4. Conjunto de Números Irracionales

Existen números que no pueden escribirse como el cociente $\frac{p}{q}$ $con\ p,\ q \in Z\ ,\ q \neq 0$.

Ejemplo $\sqrt{2}$.

Los números que no son racionales reciben el nombre de Irracionales y se designan con **I.**

El conjunto $Q \cup I$ se llama conjunto de los números reales y se designa con $\mathbb{R}$. Es decir

$R = Q \cup I$

Es importante destacar que:

$N \subset Z \subset Q \subset R$

Ejercicio:

1) Clasifique los siguientes números reales en racionales (enteros o fraccionarios) e irracionales. Grafique en la recta real.

$2; -\ 3; -\sqrt{3}\ ; \frac{3}{2}; \sqrt{5}\ ;\ \ -\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{7}{2}; \pi; 1,3; -\frac{7}{3}; \frac{10}{2}$

1.3.2 Raíz n-ésima.

Dados “n” un número natural par y “a” un número real no negativo, se define la raíz n-ésima de “a” y se escribe $\sqrt[n]{a}$ **al único número real no negativo** b, tal que $b^n = a$.

Ejemplo: $\sqrt[4]{81} = 3$

Dados "n" un número natural impar, $n \neq 1$ y "a" un número real cualquiera, se define la raíz n-ésima de a y se escribe $\sqrt[n]{a}$ **al único número real** "b" tal que $b^n = a$.

Ejemplo: $\sqrt[3]{-27} = -3$

Es decir:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ sí y sólo si } b^n = a \text{ con } n \in N$$

$si\ n\ es\ par: a,\ b \in R\ y\ a, b \geq 0$

$si\ n\ es\ impar: a,\ b \in R$

En la expresión $\sqrt[n]{a} = b$, el símbolo $\sqrt{}$ es el **radical,** el número "n" es el índice, "a" es el radicando y "b" es la raíz n-ésima de "a".

Potencias con exponentes racionales

Dado un número real "a", p y q enteros, $q \neq 0$ se define:

$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$

Las condiciones para el número "a" son:

1. Si $\frac{p}{q}$ es un número negativo, "a" debe ser diferente de cero.
2. Si "q" es un número par y $p,\ q$ son primos entre sí, es decir que no tienen factores comunes, "a" debe ser no negativo $(a \geq 0)$.
3. ¿Cómo debe ser "a" si $\frac{p}{q}$ es un número negativo y q es un número par?

Las propiedades de la potenciación enunciadas para exponentes enteros, resultan válidas para exponentes racionales.

Las propiedades de la radicación surgen de las de la potenciación, teniendo en cuenta la definición de potencias con exponentes racionales.

Ejemplos:

$(-2)^{\frac{3}{2}}$ no tiene sentido pues las raíces de índice par están definidas cuando el radicando es no negativo.

$(-3)^{\frac{2}{4}} \neq (-3)^{\frac{1}{2}}$ ya que por definición,

$(-3)^{\frac{2}{4}} = \sqrt[4]{(-3)^2}$ y

$(-3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{(-3)}$, expresión no definida para los números reales.

Por lo tanto: $\sqrt[4]{(-3)^2} \neq \sqrt{(-3)}$, equivalentemente, $(-3)^{\frac{2}{4}} \neq (-3)^{\frac{1}{2}}$

Observa que:

1. Así cómo puedes simplificar numerador y denominador en una fracción, puedes simplificar exponente e índice, sólo debes cuidar que las operaciones estén bien definidas. Por ejemplo:

   a) $\sqrt[4]{(-3)^4}$ no se puede simplificar, ya que $\sqrt[4]{(-3)^4} = \sqrt[4]{81} = 3.$

   Además ya se vio, al definir de raíz de índice par para un número no negativo.

   b) $\sqrt[12]{(-3)^6}$ no se puede simplificar, ya que al hacerlo quedaría $\sqrt{-3}$, que no está definida.
   Puedes simplificar cuando la base de la potencia es no negativa, por lo tanto:
   Si $a \geq 0$, entonces $\sqrt[n]{a^n} = a$

2. Teniendo en cuenta lo anterior y la distributividad de la radicación respecto del producto y del cociente, podrás hacer, por ejemplo:

$$\sqrt{\frac{a^3b^5}{c^6}} = \sqrt{\frac{a^2ab^4b}{c^6}} = \frac{\sqrt{a^2}\sqrt{b^4}}{\sqrt{c^6}}\sqrt{ab} = \frac{ab^2}{c^3}\sqrt{ab},\ \ con\ a, b \geq 0\ y\ c > 0$$

   Lo que se ha hecho es **extraer factores comunes del signo radical**.

3. En el ejemplo anterior podría ser necesario recorrer la cadena de igualdades de derecha a izquierda, efectuando de esta manera una **introducción de factores en el signo radical**.

$$\frac{ab^2}{c^3}\sqrt{ab} = \frac{\sqrt{a^2}\sqrt{b^4}}{\sqrt{c^6}}\sqrt{ab} = \sqrt{\frac{a^2ab^4b}{c^6}} = \sqrt{\frac{a^3b^5}{c^6}}$$

Ejercicios

1) Resuelve:

   a) $\sqrt[4]{16}$
   b) $(64)^{\frac{1}{2}}$
   c) $\sqrt[3]{-8}$
   d) $-\sqrt{25}$
   e) $-(64)^{\frac{1}{2}}$
   f) $-\sqrt[3]{-64}$
   g) $\sqrt{13-4}$
   h) $2\,.\,(4^{\frac{3}{2}})$

2) Resuelve en R cuando sea posible:

a) $\sqrt[4]{-16}$

b) $\sqrt{\frac{1}{64}}$

c) $\sqrt[3]{-27}$

d) $-\sqrt{36}$

e) $\sqrt[5]{-32}$

f) $\sqrt[6]{64}$

g) $\sqrt{-36}$

h) $\sqrt[6]{-64}$

3) Exprese en forma de radical las siguientes potencias de manera que todos los índices y exponentes sean enteros positivos

a) $2^{\frac{1}{2}}$

b) $3^{\frac{2}{3}}$

c) $2^{\frac{-3}{2}}$

d) $x^{\frac{-5}{2}}$

e) $a^{\frac{-4}{5}}$

f) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$

g) $\left(16^{\frac{-1}{2}}\right)^3$

h) $2^{\frac{4}{5}}$

4) Exprese los siguientes radicales como potencias de exponente fraccionario en la forma más abreviada posible

a) $\sqrt[5]{2^2}$

b) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[3]{b^4}}$

d) $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$

e) $\frac{1}{\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^3}$

5) Determinar si los siguientes ejercicios han sido resueltos en la forma correcta. Justifique adecuadamente su respuesta.

a) $\sqrt{4.9} = \sqrt{4}.\sqrt{9} = 2.3 = 6$

b) $\sqrt{2}.\sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

c) $\sqrt{9 + 16} = 3 + 4 = 7$

d) $\sqrt[3]{-64} : \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-64) : (-8)} = \sqrt[3]{8}$

e) $\sqrt{-4}.\sqrt{-9} = \sqrt{(-4).(-9)} = \sqrt{36} = 6$

f) $\sqrt{(-2).(-8)} = \sqrt{16} = 4$

g) $\sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

h) $\sqrt[3]{8 - 64} = 2 - 4 =- 2$

6) Sabiendo que $a > 0$, calcule cuando sea posible

a) $\sqrt{a^2}$

b) $\sqrt{-a^2}$

c) $\left(\sqrt{-1}\right)^2$

d) $\left(\sqrt{a}\right)^2$

e) $\sqrt[3]{a^3}$

f) $\sqrt{-3^2}$

g) $\sqrt{(-a)^2}$

h) $\sqrt[3]{(-a)^3}$

i) $\sqrt{-(-3)^2}$

j) $\left(\sqrt{-a}\right)^2$

k) $\left(\sqrt[3]{-a}\right)^3$

7) Calcule las siguientes raíces simplificando cuando se posible $(x > 0; y > 0)$

a) $\sqrt[6]{5^2}$

b) $\sqrt[4]{3^6}$

c) $\sqrt{\frac{16}{49}}$

d) $\sqrt{\left(\sqrt{2} - 1\right)^2}$

e) $\sqrt[8]{\frac{256\, x^{16}}{y^8}}$

f) $\sqrt[6]{(-2)^3}$

g) $-\sqrt{121}$

h) $\sqrt[3]{\frac{-64}{27}}$

i) $\sqrt{\left(1 - \sqrt{2}\right)^2}$

j) $\sqrt[3]{2^6}$

k) $-\sqrt[3]{2^3}$

l) $\sqrt{\left(1 + \sqrt{2}\right)^2}$

m) $\sqrt[3]{\left(1 - \sqrt{2}\right)^3}$

n) $\sqrt{(-2)^6}$

o) $\sqrt[4]{(-2)^4}$

p) $\sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3}$ q) $\sqrt[4]{16.x^8.y^{12}}$

8) Cambie la forma del radical extrayendo todos los factores posibles del radicando, considere que a, b, c, x, y son números reales positivos:

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{9.a^2.b^6.c}$

c) $\sqrt[6]{(\sqrt{5}-1)^8}$

d) $\sqrt{0,27}$

e) $\sqrt{90.x^{-4}}$

f) $\sqrt{25\,(a-b)^4},\ a>b$

g) $\sqrt[3]{10000}$

h) $\sqrt[3]{\frac{0,064.a^8b^{10}}{c^{21}}}$

i) $\sqrt{27(\sqrt{5}-1)^2}$

j) $\sqrt[5]{243(x-1)^6},\ x>1$

9) Resuelva las siguientes operaciones en R, suponiendo que x, y, z son números reales positivos:

a) $\sqrt{x}.\sqrt[3]{x^2}.\sqrt[4]{x^3}$

b) $\sqrt[4]{27x}\sqrt[6]{x^2y}.\sqrt{xy}.\sqrt[4]{3x}.\sqrt[3]{x^2y}$

c) $\frac{\sqrt[3]{9x}}{\sqrt[4]{27x^2}}$

d) $\sqrt[3]{xy^2}.\sqrt[5]{x^2y^3}$

e) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}x}.\sqrt[6]{2x^4}.\sqrt{\frac{1}{2}x^3}$

f) $\sqrt[5]{x.y^4z^2}:\sqrt[3]{y^2z}$

g) $\sqrt[3]{2z}.\sqrt[6]{8xz}$

h) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}$

i) $\frac{\sqrt[4]{2.x^3}}{\sqrt[6]{2.x^2}}$

10) Efectúe las siguientes operaciones, considere que a, b, y son números reales positivos

a) $\sqrt{2}-\sqrt{50}+3\sqrt{72}$

b) $3\sqrt{18}-11\sqrt{2}+2\sqrt{50}$

c) $\sqrt{81a^3}+\sqrt{9a^3}-\sqrt{25a^3}$

d) $\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{8})$

e) $\sqrt{3}\,(\sqrt{6}-\sqrt{24})+\sqrt{98}$

f) $\frac{\sqrt{14}.\sqrt{6}}{\sqrt{15}.\sqrt{10}}$

g) $(2-\sqrt{5})^3$

h) $4.\sqrt{3}-6.\sqrt[4]{25}-8.\sqrt{27}+\sqrt{20}$

i) $\sqrt[4]{9.y^8}+\sqrt[6]{27.y^{12}}$

j) $a\sqrt{a.b^3}-2ab\sqrt{ab}+2b\sqrt{a^3.b}-3\sqrt{a^3.b^3}$

k) $\frac{(\sqrt{75}-\sqrt{27})}{\sqrt{3}}$

l) $\sqrt{6}.\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

m) $\sqrt[3]{2}\,.\sqrt[3]{16}-2\,.\sqrt[3]{4}$

n) $\left(2+\sqrt{5}\right)^2$

11) Marque con una cruz las expresiones con denominador irracional

a) $\frac{1}{\sqrt{9}}$

b) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

c) $\sqrt{\frac{1}{2}}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{-1}{2}}$

e) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

1.3.3 ¿Qué es racionalizar denominadores?

Es un proceso que nos permite eliminar raíces del denominador de una fracción. Un procedimiento general para conseguir la racionalización del denominador es multiplicar el numerador y el denominador por un mismo factor.

El tipo de expresión que se multiplica el numerador y el denominador depende en primer lugar del número de términos del denominador.

Primer caso

Para racionalizar un monomio, se debe multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por la raíz del denominador cuyo radicando se eleva a la diferencia entre el índice y el exponente.

Para racionalizar un denominador con un monomio que contiene una raíz cuadrada, se procede como se muestra a continuación.

Ejemplo

$$\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{8}{\sqrt{5}}\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{8\sqrt{5}}{\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$$

Si el monomio tiene una raíz con índice mayor que dos se trabaja como sigue

$$\frac{2}{\sqrt[5]{8a^3b^4}}=\frac{2}{\sqrt[5]{2^3a^3b^4}}\frac{\sqrt[5]{2^2a^2b}}{\sqrt[5]{2^2a^2b}}=\frac{2\sqrt[5]{4a^2b}}{\sqrt[5]{2^5a^5b^5}}=\frac{2\sqrt[5]{4a^2b}}{2ab}=\frac{\sqrt[5]{4a^2b}}{ab}$$

Segundo caso

Se consideran denominadores que son una suma o una resta con solamente raíces cuadradas. La expresión en este caso es la conjugada del denominador, pues ella provoca el producto de una suma por su diferencia

$a, b \in N,\ a>0, b>0$

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

1) Realice las siguientes divisiones racionalizando los denominadores, sabiendo que a, b, c, d son números reales positivos

a) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

b) $\frac{ab.\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a.b^2}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{375}}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

e) $\frac{3}{\sqrt{\pi}}$

f) $\left(2-\sqrt{2}\right)^{\frac{-1}{2}}$

g) $\frac{1-\sqrt{c}}{\sqrt[4]{c}-\sqrt{c}}$

h) $\frac{\sqrt[3]{4a}.\sqrt{2a}}{\sqrt[6]{8.a^2}}$

i) $\frac{x}{\sqrt[5]{x^4}}$

j) $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{12}}$

k) $\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{a}}}$

l) $\frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$

m) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

n) $\frac{\sqrt[3]{b^{-1}.c}}{\sqrt[3]{a^{-2}.b}}$

o) $\frac{a}{\sqrt{a+1}-1}$

p) $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}}$

2) Resuelva las siguientes operaciones:

a) $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^{-1}$

b) $\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\sqrt[3]{\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{\sqrt{3}-1}}$

d) $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^2$

e) $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{8}-8}{\sqrt{8}-1}}$

f) $\frac{4ab}{\sqrt{a+b}-\sqrt{b}}$

3) Calcule el resultado de los siguientes ejercicios de 2 formas distintas:

a) Operando con radicales

b) Operando con exponentes racionales. Compare los resultados

$$\sqrt{x^3}.\sqrt[3]{x^4}\ ;\ \sqrt[4]{8^3}:\sqrt[3]{8}\ ;\ \frac{\sqrt[5]{27a^2}.\sqrt{9a^3}}{\sqrt[4]{a^2}}\ ;\ \left(\sqrt[6]{16}:\sqrt[3]{\sqrt[3]{8}}\right)^2$$

4) Resuelva las siguientes operaciones con x e y números reales positivos:

a) $\left(\sqrt[5]{9xy^4}\right)^3$

b) $\left(\sqrt{x^2y}\right)^4$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[10]{x^{12}}}$

d) $\left(\sqrt[3]{3y^2}\right)^4$

e) $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$

5) Determine si las siguientes igualdades son correctas. Justifique adecuadamente su respuesta:

a) $4+\sqrt{3}=\left(1+\sqrt{3}\right)^2$

b) $1+\sqrt{2}=\sqrt{3+\sqrt{8}}$

c) $\sqrt{10}-\sqrt{2}+\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$

d) $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$